

Concursul interjudețean de matematică  
”Traian Lalescu”, Ediția a XXV-a,  
Reșița, 25-27 martie 2011

Subiecte pentru clasa a VII-a

1. Arătați că numărul  $\sqrt{26} + \sqrt{3} + \sqrt{2011}$  este irațional.
2. Fie  $\triangle ABC$  un triunghi ascuțitunghic,  $I$  centrul cercului său înscris, iar  $R \in (BC)$  un punct cu proprietatea că  $\widehat{ARB} \equiv \widehat{IRC}$ . Arătați că
$$AR \cdot BC = IR \cdot (AB + AC + BC).$$
3. a) Arătați că ecuația  $x^2 + y^2 = 2011$  nu admite soluții în mulțimea numerelor întregi.  
b) Care dintre ecuațiile  $x^2 + 2011^2 = y^2$  și  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2011}$  are mai multe soluții în mulțimea numerelor întregi? Justificați.
4. Fie  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 3$ , iar  $A_1, A_2, \dots, A_n$  puncte în plan, necoliniare câte trei. Unele dintre puncte sunt unite prin segmente. Notăm cu  $s_i$  numărul de segmente având un capăt în punctul  $A_i$ . Arătați că există două puncte  $A_i$  și  $A_j$ , astfel încât  $s_i = s_j$ .

**Notă:** Timp de lucru - 3 ore